Christian Cortés D.
Digitally signed by Christian Cortés D.
DN: CN = Christian Cortés D., C = CK
Location: Santiago de Chile
Date: 2006.05.22 20:23:56 -04'00'

GEOMETRIA ANALITICA

I. Sistemas de Coordenadas:

Segmento: es la parte de una recta comprendida entre dos puntos.
AB; A se llama origen y B se llama extremo del segmento.
Desde el punto de vista de la geometría clásica las magnitudes AB y BA son las mismas. En la Geometría Analítica se hace una distinción entre los signos de estas magnitudes. Así se especifica arbitrariamente un sentido positivo y otro negativo (el opuesto). De acuerdo con esto, si convenimos que AB tiene magnitud positiva, entonces BA tiene magnitud negativa, es decir:
AB = -BA
Consideremos tres puntos distintos: A, B, C sobre una recta, con dirección positiva de izquierda a derecha. Hay 3! = 6 ordenaciones posibles:
A, C, B, C, A, B, A, B, C, B, A, C, B, C, A, C, B, A

Relación Fundamental (Relación de Chasles)

$$AB + BC = AC$$

Dem: 6 casos.

SISTEMA COORDENADO LINEAL.

Consideremos una recta XX' con dirección positiva de izquierda a derecha y sea O un punto fijo sobre XX'. Sí A es un punto a la derecha de O, podemos considerar OA como unidad.
Luego si consideramos un punto P en alguna parte de XX', se pude calcular cuántas veces cabe OA en OP.
Existe una correspondencia única entre los números reales y nuestro sistema coordenado lineal, de tal modo que a cada punto de XX' le corresponde un número real único; y a cada número real le corresponde un único punto de la recta XX'.
Determinemos ahora la magnitud del segmento que une dos puntos cualquiera. En Geometría Analítica, se dice que los puntos están dados cuando se conocen sus coordenadas. Por lo tanto sí x_1, x_2, son números conocidos, tenemos que:

$OP_1 + P_1P_2 = OP_2$

Pero $OP_1 = x_1$ y OP_2= luego:

$x_1 + P_1P_2 = x_2$

$$P_1P_2 = x_2 - x_1$$

Lo que nos da el siguiente teorema:

Teorema 1: En un sistema coordenado, la longitud del segmento que une dos puntos dados, se obtiene restando la coordenada del origen con la coordenada del extremo.

La distancia entre dos puntos, se define como el valor numérico o el valor absoluto de la longitud del segmento de recta que une dos puntos:

$d = |P_1P_2| = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$

SISTEMA COORDENADO EN EL PLANO

La posición de un punto sobre una recta está definida por sus coordenadas. Puesto que el plano tiene dos dimensiones, se necesitan dos dimensiones para determinar la posición relativa de un punto en el plano.
Para fijarlas, supongamos trazadas dos rectas indefinidas que se cortan en un punto O.

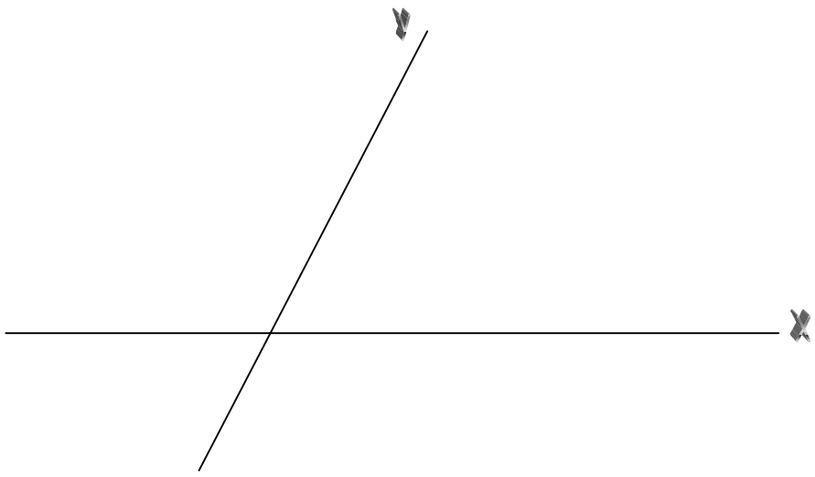

fig. 1
Estas rectas XX´ e YY' se llaman ejes coordenados, y su intersección O es el origen del sistema de coordenadas. El ángulo XOY es el ángulo de coordenadas y se designa por ω. El conjunto de los ejes coordenados es un sistema de coordenadas y por estar formado por líneas rectas se dice que el sistema es rectilíneo. Sí los ejes forman un ángulo oblicuo, el sistema se llama oblicuo y si son perpendiculares entre sí se llama rectangular u ortogonal. En cada uno de los ejes distinguimos un sentido positivo y otro negativo. Los dos ejes coordenados dividen al plano en cuatro sectores llamados cuadrantes numerados del I al IV en sentido contrario a las agujas del reloj.
Sí desde un punto P cualquiera del plano, se traza la paralela PQ al eje YY', la intersección Q, de PQ con el eje XX', es la proyección del punto P sobre este eje; del mismo modo, la paralela PR al eje YY' en un punto R es la proyección de P sobre YY'. Estas proyecciones son oblicuas u ortogonales, según sea el sistema.
La distancia OQ es la abscisa, y la distancia OR es la ordenada.
Ejemplo: Construir el punto $P(-3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$